Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Zwangerschap

1 maximumscore 2

- $d(55) = 8,052 \cdot \sqrt{1,037 \cdot 55} + 23,73 = 84,53...$ 1
- ($\frac{84,53...}{7}$, dus) de vrouw is naar schatting 12 weken zwanger 1

2 maximumscore 3

- $d = 8,052 \cdot \sqrt{1,037a} + 23,73$ geeft $\frac{d - 23,73}{8,052} = \sqrt{1,037a}$ 1
- Hieruit volgt $a = \frac{1}{1,037}\left(\frac{d - 23,73}{8,052}\right)^2$ 1
- Dus $p = \left(\frac{1}{1,037} = \right)0,964$, $q = \left(\frac{1}{8,052} = \right)0,124$ en $r = \left(\frac{23,73}{8,052} = \right)2,947$ 1

3 maximumscore 3

- $a' = 0,96 \cdot 2 \cdot (0,12d - 2,95) \cdot 0,12 (= 0,03d - 0,68)$ 2
- De grafiek van a' is (op het gegeven domein) een stijgende lijn boven de x-as en daarom is de afstand toenemend stijgend 1

Opmerkingen

- *Als in het eerste antwoordelement de kettingregel is gebruikt, maar niet correct, mag voor dit antwoordelement hoogstens 1 scorepunt worden toegekend op basis van vakspecifieke regel 1.*
- *Als gerekend is met nauwkeuriger waarden van p, q en r, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

4 maximumscore 3

- $14 = 3,12958 \cdot 1,00244^h \cdot h^{0,2794}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- (Bij 14 weken zwangerschap hoort $h = 93,9...$, dus) de hoofdomtrek is 94 (mm) 1

Cirkel tussen lijnen

5 maximumscore 5

- Een cirkelvergelijking van c is $(x-\sqrt{5})^2+y^2=1$ 1
- $y=\frac{1}{2}x$ hierin invullen geeft $(x-\sqrt{5})^2+(\frac{1}{2}x)^2=1$ 1
- Herschrijven tot $\frac{5}{4}x^2-2\sqrt{5}\cdot x+4=0$ (of een vergelijkbare vorm) 1
- De discriminant van deze vergelijking is $D=\left(-2\sqrt{5}\right)^2-4\cdot\frac{5}{4}\cdot 4$ 1
- $D=0$ (dus de vergelijking heeft één oplossing, dus l raakt c) 1

of

- De lijn door M loodrecht op l heeft vergelijking $y=-2x+b$ 1
- M hierin invullen geeft $0=-2\cdot\sqrt{5}+b$, dus $b=2\sqrt{5}$ (dus $y=-2x+2\sqrt{5}$) 1
- Voor de x-coördinaat van het snijpunt van l en de loodlijn op l door M geldt $\frac{1}{2}x=-2x+2\sqrt{5}$ en dit geeft $x=\frac{4}{5}\sqrt{5}$ 1
- Dus het snijpunt is $\left(\frac{4}{5}\sqrt{5}, \frac{2}{5}\sqrt{5}\right)$ 1
- $\left(\frac{4}{5}\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\sqrt{5}\right)^2=1$ (dus het snijpunt ligt op c, dus l raakt c) 1

6 maximumscore 5

- De oppervlakte van cirkel c is $(\pi\cdot 1^2=)\pi$ 1
- Een vergelijking van lijn n is $x=\sqrt{5}+1\ (=3{,}23...)$ 1
- $y_B=(\frac{1}{2}\cdot 3{,}23...=)1{,}61...$ 1
- De oppervlakte van driehoek OAB is $2\cdot\frac{1}{2}\cdot 3{,}23...\cdot 1{,}61...=5{,}23...$ 1
- $2\cdot\pi(=6{,}28...)>5{,}23...$ (dus de oppervlakte van driehoek OAB is niet meer dan twee keer zo groot als de oppervlakte van cirkel c) 1

Raaklijn en driehoeken

7 maximumscore 3

- De helling van de raaklijn is -3 — 1
- $f'(x) = -2x$ — 1
- Voor de x-coördinaat van P geldt $-2x = -3$, dus $x = \frac{3}{2}$ — 1

of

- Een vergelijking van de raaklijn is $y = -3x + b$ — 1
- (In punt P geldt $-3x + b = 16 - x^2$, dus) $x^2 - 3x + b - 16 = 0$ — 1
- Voor de x-coördinaat van P geldt $D = 0$, dus $x = \frac{3}{2}$ — 1

8 maximumscore 2

- De grafiek van f snijdt de x-as in punt C bij $x = 4$ — 1
- Voor de oppervlakte van de driehoek geldt $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (16 - q^2)(= 2(16 - q^2))$ — 1

9 maximumscore 4

- De driehoeken hebben gelijke oppervlaktes, dus $2(16 - q^2) = 8q$ — 1
- Herleiden op 0 geeft (bijvoorbeeld) $q^2 + 4q - 16 = 0$ — 1
- Dit geeft $q = \left(\frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot -16}}{2} = \right)\frac{-4 + \sqrt{80}}{2}$ ($q = \frac{-4 - \sqrt{80}}{2}$ voldoet niet) — 1
- De gevraagde oppervlakte is $-16 + 4\sqrt{80}$ — 1

Een translatie en snijpunten met de x-as

10 maximumscore 5

- $f'(x) = 3x^2 + 12x - 36$ — 1
- $f'(x) = 0$ geeft $(x+6)(x-2) = 0$ (of gebruik abc-formule) — 1
- Dit geeft (respectievelijk voor de x-coördinaten van P en Q) $x = -6$ en $x = 2$ — 1
- (De y-coördinaten van P en Q zijn respectievelijk) $y = (f(-6) =)128$ en $y = (f(2) =) -128$ — 1
- Het punt midden tussen P en Q is het punt $\left(\frac{-6+2}{2}, \frac{128+-128}{2}\right) = (-2, 0)$ (dat is punt M, dus punt M ligt midden tussen P en Q) — 1

11 maximumscore 4

- $g(x) = f(x-2)$ — 1
- $g(x) = (x-2)^3 + 6(x-2)^2 - 36(x-2) - 88$ — 1
- $g(x) = (x-2)(x^2 - 4x + 4) + 6(x^2 - 4x + 4) - 36(x-2) - 88$ — 1
- De verdere herleiding tot $g(x) = x^3 - 48x$ — 1

of

- $f(x) = g(x+2)$ — 1
- $f(x) = (x+2)^3 - 48(x+2)$ — 1
- $f(x) = (x+2)(x^2 + 4x + 4) - 48(x+2)$ — 1
- De verdere herleiding tot $f(x) = x^3 + 6x^2 - 36x - 88$ — 1

12 maximumscore 4

- $x^3 - 48x = 0$ — 1
- Hieruit volgt ($x = 0$ of) $x^2 - 48 = 0$ — 1
- $x^2 - 48 = 0$ geeft $x = \sqrt{48}$ en $x = -\sqrt{48}$ — 1
- (De x-coördinaten van A en B zijn) $x = -2 - \sqrt{48}$ en $x = -2 + \sqrt{48}$ — 1

Shovel

13 **maximumscore 7**

- $AE = \sqrt{0,30^2 + 0,25^2} = 0,39...$ (of $AE = \frac{0,25}{\sin(39,8^\circ)} = 0,39...$ of $AE = \frac{0,30}{\cos(39,8^\circ)} = 0,39...$) 1
- $BE = \sqrt{1,80^2 + 0,25^2} = 1,81...$ 1
- De cosinusregel in driehoek ABE in de eindsituatie geeft $1,60^2 = 0,39...^2 + 1,81...^2 - 2 \cdot 0,39... \cdot 1,81... \cdot \cos(\angle AEB)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Hieruit volgt $\angle AEB = 50,9...(°)$ 1
- $\tan(\angle BED) = \frac{0,25}{1,8}$, dus $\angle BED = 7,9...(°)$ 1
- $(50,9...+7,9...-39,8 = 19,0...$, dus) de bak is $19\,(°)$ gekanteld 1

of

- Neem $PE = x$, met P de loodrechte projectie van A op de horizontale lijn door D, dan geldt in de rechthoekige driehoek AEP $x^2 + AP^2 = 0,30^2 + 0,25^2 (= 0,1525)$ 1
- In de rechthoekige driehoek AQB, met Q de loodrechte projectie van A op de horizontale lijn door B, zijn de lengten van de rechthoekszijden $1,80 - x$ en $AP - 0,25 = \sqrt{0,1525 - x^2} - 0,25$ 1
- Er moet gelden $(\sqrt{0,1525 - x^2} - 0,25)^2 + (1,80 - x)^2 = 1,60^2$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Dit geeft $x = 0,20...$ 1
- $\cos(\angle AEP) = \frac{0,20...}{\sqrt{0,1525}}$, dus $\angle AEP = 58,8...(°)$ 1
- $(58,8...-39,8 = 19,0...$, dus) de bak is $19\,(°)$ gekanteld 1

Sinusoïde en parabool

14 maximumscore 7

- $f(\frac{1}{3}) = 4\frac{1}{2}$ 1
- Uit $3 + 3\sin(\frac{1}{2}\pi x) = 4\frac{1}{2}$ volgt $\sin(\frac{1}{2}\pi x) = \frac{1}{2}$ 1
- Hieruit volgt ($\frac{1}{2}\pi x = \frac{1}{6}\pi$ $(+k \cdot 2\pi)$ of) $\frac{1}{2}\pi x = \frac{5}{6}\pi$ $(+k \cdot 2\pi)$ 1
- Dit geeft ($x_A = \frac{1}{3}$ en) $x_B = 1\frac{2}{3}$ 1
- $x_T = \left(\frac{\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}}{2} =\right) 1$ en $y_T = 6$ 1
- Het in de vergelijking $y = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ invullen van $x = 1$ geeft $y = 6$ 1
- Het in de vergelijking $y = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ invullen van $x = \frac{1}{3}$ (of $x = 1\frac{2}{3}$) geeft $y = 4\frac{1}{2}$ 1

of

- $f(\frac{1}{3}) = 4\frac{1}{2}$ 1
- Uit $3 + 3\sin(\frac{1}{2}\pi x) = 4\frac{1}{2}$ volgt $\sin(\frac{1}{2}\pi x) = \frac{1}{2}$ 1
- Hieruit volgt ($\frac{1}{2}\pi x = \frac{1}{6}\pi$ $(+k \cdot 2\pi)$ of) $\frac{1}{2}\pi x = \frac{5}{6}\pi$ $(+k \cdot 2\pi)$ 1
- Dit geeft ($x_A = \frac{1}{3}$ en) $x_B = 1\frac{2}{3}$ 1
- $x_T = \left(\frac{\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}}{2} =\right) 1$ en $y_T = 6$ 1
- Een vergelijking van de parabool is $y = a(x-1)^2 + 6$. De parabool gaat door A, dus er geldt $4\frac{1}{2} = a(\frac{1}{3} - 1)^2 + 6$ en dus $a = \left(\frac{-1\frac{1}{2}}{(\frac{1}{3} - 1)^2} =\right) -3\frac{3}{8}$ (of een vergelijkbare berekening waarbij de parabool door $(1\frac{2}{3}, 4\frac{1}{2})$ gaat) 1
- Dus $y = -3\frac{3}{8}(x-1)^2 + 6 = -3\frac{3}{8}(x^2 - 2x + 1) + 6 = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ 1

of

- $f(\frac{1}{3}) = 4\frac{1}{2}$ 1
- De periode van de grafiek van f is $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$ 1
- De top ligt op een kwart van de periode 1
- (Er is geen horizontale verschuiving ten opzichte van de grafiek van $y = \sin(x)$, dus) $x_T = (\frac{1}{4} \cdot 4 =) 1$ 1
- Voor de y-coördinaat van de top geldt (vanwege evenwichtsstand 3 en amplitude 3) $y_T = 6$ 1
- Het in de vergelijking $y = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ invullen van $x = 1$ geeft $y = 6$ 1
- Het in de vergelijking $y = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ invullen van $x = \frac{1}{3}$ geeft $y = 4\frac{1}{2}$ 1

of

- $f(\frac{1}{3}) = 4\frac{1}{2}$ 1
- De periode van de grafiek van f is $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}\pi} = 4$ 1
- De top ligt op een kwart van de periode 1
- (Er is geen horizontale verschuiving ten opzichte van de grafiek van $y = \sin(x)$, dus) $x_T = (\frac{1}{4} \cdot 4 =) 1$ 1
- Voor de y-coördinaat van de top geldt (vanwege evenwichtsstand 3 en amplitude 3) $y_T = 6$ 1
- Een vergelijking van de parabool is $y = a(x-1)^2 + 6$. De parabool gaat door A, dus er geldt $4\frac{1}{2} = a(\frac{1}{3} - 1)^2 + 6$ en dus $a = \left(\frac{-1\frac{1}{2}}{(\frac{1}{3}-1)^2} = \right) -3\frac{3}{8}$ 1
- Dus $y = -3\frac{3}{8}(x-1)^2 + 6 = -3\frac{3}{8}(x^2 - 2x + 1) + 6 = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ 1

of

- $f(\frac{1}{3}) = 4\frac{1}{2}$ 1
- Voor de y-coördinaat van de top geldt (vanwege evenwichtsstand 3 en amplitude 3) $y_T = 6$ 1
- Uit $3 + 3\sin(\frac{1}{2}\pi x) = 6$ volgt $\sin(\frac{1}{2}\pi x) = 1$ 1
- Hieruit volgt $\frac{1}{2}\pi x = \frac{1}{2}\pi$ $(+k \cdot 2\pi)$ 1
- Hieruit volgt $x = 1$ (dus $x_T = 1$ en $y_T = 6$) 1
- Het in de vergelijking $y = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ invullen van $x = 1$ geeft $y = 6$ 1
- Het in de vergelijking $y = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ invullen van $x = \frac{1}{3}$ geeft $y = 4\frac{1}{2}$ 1

of

- $f(\frac{1}{3}) = 4\frac{1}{2}$ 1
- Voor de y-coördinaat van de top geldt (vanwege evenwichtsstand 3 en amplitude 3) $y_T = 6$ 1
- Uit $3 + 3\sin(\frac{1}{2}\pi x) = 6$ volgt $\sin(\frac{1}{2}\pi x) = 1$ 1
- Hieruit volgt $\frac{1}{2}\pi x = \frac{1}{2}\pi$ $(+k \cdot 2\pi)$ 1
- Hieruit volgt $x = 1$ (dus $x_T = 1$ en $y_T = 6$) 1
- Een vergelijking van de parabool is $y = a(x-1)^2 + 6$. De parabool gaat door A, dus er geldt $4\frac{1}{2} = a(\frac{1}{3} - 1)^2 + 6$ en dus $a = \left(\frac{-1\frac{1}{2}}{(\frac{1}{3}-1)^2} = \right) -3\frac{3}{8}$ 1
- Dus $y = -3\frac{3}{8}(x-1)^2 + 6 = -3\frac{3}{8}(x^2 - 2x + 1) + 6 = -3\frac{3}{8}x^2 + 6\frac{3}{4}x + 2\frac{5}{8}$ 1

15 maximumscore 4

- De helling van lijnstuk AS is $4\frac{1}{2}$ 1
- De afgeleide van de formule van de parabool is $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -6\frac{3}{4}x + 6\frac{3}{4}$ 1
- De helling van de parabool in het punt A is $-6\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + 6\frac{3}{4} = 4\frac{1}{2}$ 1
- (De hellingen zijn gelijk, dus) er is geen knik 1

Afstand tussen lijnen en punt

16 maximumscore 6

- De lijn door O loodrecht op l heeft vergelijking $y = -2x$ 1
- Voor de x-coördinaat van het snijpunt van deze lijn met lijn k geldt $-2x = \frac{1}{2}x + 1$ 1
- Dit geeft $x = -\frac{2}{5}$ 1
- De bijbehorende y-coördinaat is $y = \frac{4}{5}$ 1
- De afstand tussen k en l is $\sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}\sqrt{5}$ (of $0,894...$) 1
- De gevraagde afstand is ($3 + 0,894... =$) $3,89$ 1

of

- Gebruik van de rechthoekige driehoek ABC met A en B op l en C op k zodanig dat $BC \perp AB$ en $AC = 1$ 1
- Voor de hellingshoek α van lijn l geldt $\tan(\alpha) = \frac{1}{2}$ (dus $\alpha = 26,565...(°)$) 1
- Dus $\angle BAC = 90 - \alpha = 63,434...(°)$ 1
- Er geldt $\sin(63,434...°) = \dfrac{BC}{1}$ 1
- Hieruit volgt $BC = 0,894...$ 1
- De gevraagde afstand is ($3 + 0,894... =$) $3,89$ 1

Opmerking
Als een kandidaat d(k,l) niet of onjuist heeft berekend, maar wel het inzicht toont dat d(P,k) gelijk is aan d(k,l)+3, mag het laatste scorepunt worden toegekend.

Dalen, stijgen en stijgen

17 maximumscore 5

- Er geldt ($5\sin(2\pi(x+\frac{1}{4}))=-5$, dus) $\sin(2\pi(x+\frac{1}{4}))=-1$ — 1
- Dit geeft $2\pi(x+\frac{1}{4})=1\frac{1}{2}\pi+k\cdot 2\pi$ — 1
- Dus $x=\frac{1}{2}+k\cdot 1$ — 1
- De x-coördinaat van B is $13\frac{1}{2}$ (of de x-coördinaat van B zal dus altijd op ,5 eindigen) — 1
- Conclusie: de x-coördinaten van A en B zijn verschillend — 1

of

- De periode van h is $(\frac{2\pi}{2\pi}=)1$ — 1
- Bij $x=-\frac{1}{4}$ gaat de grafiek van h door de evenwichtsstand — 1
- Het uitrekenen van een x-coördinaat horende bij een minimum van h (bijvoorbeeld bij het eerste minimum $-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot 1=\frac{1}{2}$) — 1
- De x-coördinaat van B is $13\frac{1}{2}$ (of de x-coördinaat van B zal dus altijd op ,5 eindigen) — 1
- Conclusie: de x-coördinaten van A en B zijn verschillend — 1

18 maximumscore 3

- De vergelijking $f(x)=f(0)$ (of $f(x)=8$) moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- De gevraagde x-coördinaat is 12,57 — 1

19 maximumscore 3

- Een toelichting hoe met de GR de grafiek van de afgeleide van f kan worden geplot — 1
- Beschrijven hoe met de GR de x-coördinaat van P kan worden gevonden — 1
- De x-coördinaat van P is 39,2 — 1

Bronvermeldingen

Zwangerschap	
foto 1	Shutterstock ID 1082737595
foto 2	Shutterstock ID 1545230369
Alle overige figuren	Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, 2023